Materiales para la familia

Funciones y volumen

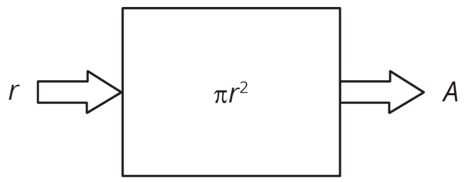
Entradas y salidas

Materiales para la familia 1

Esta semana nuestros estudiantes van a trabajar con **funciones**. Una función es una regla que produce una única salida para cada entrada dada.

No todas las reglas son funciones. Por ejemplo, esta es una regla: la entrada es "la primera letra de mes" y la salida es "el mes". Si la entrada es J, ¿cuál es la salida? Una función debe dar una única salida, pero en este caso la salida podría ser junio o julio, por eso esta regla no es una función.

Este es un ejemplo de una regla que sí es una función: entra un número, se eleva al cuadrado y luego el resultado se multiplica por π. Si usamos r para la entrada y A para la salida, podemos dibujar un diagrama para representar la función:



<

También podemos representar esta función con una ecuación, $A = \pi r^2$. Decimos que la entrada de la función, r, es la **variable independiente** y la salida de la función, A, es la **variable dependiente**. Podemos elegir cualquier valor para r y, entonces, el valor de A depende del valor de r. También podemos representar esta función con una tabla o como una gráfica. Distintas representaciones tienen distintas ventajas. De acuerdo a la pregunta que estemos investigando, elegimos una u otra representación. Quizás reconozcan esta regla y sepan que el área de un círculo depende de su radio.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Jada puede comprar maní a $0.20 por cada onza y uvas pasas a $0.25 por cada onza. Tiene $12 para gastar en maní y uvas pasas, y preparar una mezcla para su grupo de caminatas.

1. ¿Cuánto costarían 10 onzas de maní y 16 onzas de uvas pasas? ¿Cuánto dinero le sobraría a Jada?

2. Si usamos m para los onzas de maní y u para las onzas de uvas pasas, una ecuación que relaciona cuánto de cada cosa se debe comprar para pagar $12 en total es $0.2m + 0.25u = 12$. Si Jada quiere 20 onzas de uvas pasas, ¿cuántas onzas de maní puede comprar?

3. Jada sabe que puede reescribir la ecuación así: $u = 48 - 0.8m$. En la ecuación de Jada, ¿cuál es la variable independiente y cuál es la variable dependiente?

Solución:

1. 10 onzas de maní costarían \$2 porque $0.2 \cdot 10 = 2$. Además, 16 onzas de uvas pasas costarían \$4 porque $0.25 \cdot 16 = 4$. Juntas, le costarían \$6, así que a Jada le quedarían \$6.

2. 35 onzas de maní. Si Jada quiere 20 onzas de uvas pasas, entonces $0.2m + 0.25 \cdot 20 = 12$ debe ser verdad, lo que implica que $m = 35$.

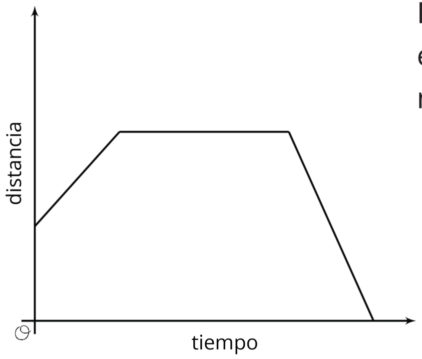
3. En la ecuación de Jada, m es la variable independiente y u es la variable dependiente.

Funciones lineales y tasas de cambio

Materiales para la familia 2

Esta semana nuestros estudiantes van a trabajar con gráficas de funciones. La gráfica de una función incluye todas las parejas (entrada, salida) graficadas en el plano de coordenadas. Por convención, siempre ponemos la entrada primero, lo que significa que las entradas se representan en el eje horizontal y las salidas en el eje vertical.

Para una gráfica que representa un contexto, es importante especificar las cantidades representadas en cada eje. Por ejemplo, esta gráfica muestra la distancia de Elena como una función del tiempo. Si esta es la distancia hasta su casa, entonces Elena comienza a cierta distancia de su casa (quizás en la casa de algún amigo), se aleja de su casa (quizás a un parque), se queda allí un rato y luego vuelve a su casa. Pero si esta es la distancia hasta el colegio, la historia es otra.

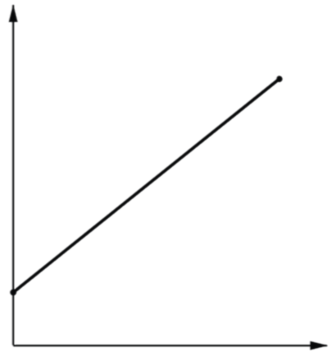


La historia también cambia dependiendo de la escala de los ejes: ¿medimos la distancia en millas y el tiempo en horas, o medimos la distancia en metros y el tiempo en segundos?

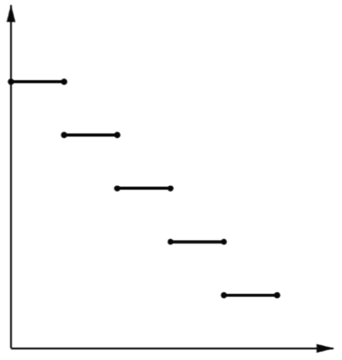
Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Asocien cada una de las siguientes situaciones a una gráfica (pueden usar una misma gráfica varias veces). Definan las posibles entradas y salidas, y etiqueten los ejes.

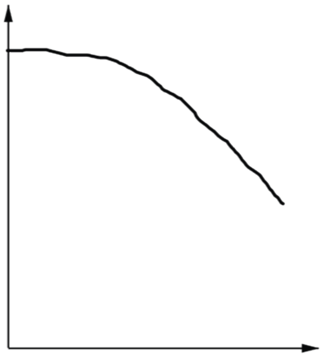
1. Noah sirve la misma cantidad de leche de una botella cada mañana.
2. Una planta crece la misma cantidad cada semana.
3. El día comenzó muy caliente pero luego se fue enfriando.
4. Un vaso cilíndrico contiene hielo que está parcialmente derretido. Mientras más agua se vierte en el vaso, más alto es el nivel del agua.



A



B



C

Solución:

1. Gráfica B: la entrada es "tiempo (en días)", la salida es "cantidad de leche en la botella".
2. Gráfica A: la entrada es "tiempo (en semanas)", la salida es "altura de la planta".
3. Gráfica C: la entrada es "tiempo (en horas)", la salida es "temperatura".
4. Gráfica A: la entrada es "volumen de agua", la salida es "altura del agua".

En cada caso, el eje horizontal se debe marcar con la entrada y el eje vertical con la salida.

Dimensiones y esferas

Materiales para la familia 3

Esta semana nuestros estudiantes van a comparar los volúmenes de distintos objetos. Muchos objetos comunes (como botellas de agua, edificios o globos) tiene formas semejantes a prismas, cilindros, conos y esferas (o incluso a combinaciones de estas figuras). Podemos usar las fórmulas del volumen de estas figuras para comparar el volumen de distintos tipos de objetos.

Por ejemplo, supongamos que queremos saber cuál tiene un mayor volumen: una caja en forma de cubo con longitud de lado 3 centímetros o una esfera con radio 2 centímetros.

El volumen del cubo es 27 centímetros cúbicos, porque $\text{lado}^3 = 3^3 = 27$. El volumen de la esfera es aproximadamente 33.51 centímetros cúbicos, porque $\frac{4}{3}\pi \boldsymbol{\cdot} \text{radio}^3 = \frac{4}{3}\pi \boldsymbol{\cdot} 2^3 \approx 33.51$. Por lo tanto, podemos decir que a la caja cúbica le cabe menos que a la esfera.

Esta es una tarea para que trabajen en familia:

Un globo cabe justo en el interior de una caja cúbica (tocando sus seis caras). La caja tiene lados de longitud 8 cm.

1. ¿Cuál es el volumen de la caja?
2. Estimen el volumen del globo: ¿es mayor o menor al volumen de la caja? ¿Cómo lo saben?
3. ¿Cuál es el diámetro del globo? ¿Cuál es el radio?
4. La fórmula para el volumen de una esfera (como el globo) es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. ¿Cuál es el volumen verdadero del globo? ¿Qué tan cerca estuvo su estimación en la pregunta 2?

Solución:

1. 512 cm^3. La caja es un cubo, así que su volumen es 8^3 centímetros cúbicos.

2. Las respuestas pueden variar. El número debe ser menor que 512 cm^3, pues el volumen del globo debe ser menor que el volumen de la caja. Posible explicación: cabe completamente dentro de la caja, entonces ocupa menos espacio. Como el globo se puede meter dentro de la caja y aún sobre espacio, la caja tiene más volumen.

3. Como el globo cabe justo en el interior de la caja cúbica, el diámetro del globo debe ser igual a la longitud de lado de la caja, 8 cm. Esto significa que el radio es 4 cm.

4. $\frac{256}{3}\pi$ o aproximadamente 268 cm^3. Como la longitud de lado del cubo es 8 cm, el radio del globo es la mitad de eso, es decir, 4 cm. El volumen del globo es entonces $\frac{4}{3}\pi \cdot 4^3 = \frac{256}{3}\pi$.